

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПЕРАЦИИ ПЕРЕКРЕСТНОГО ШУНТИРОВАНИЯ ПРИ ПОСТТРОМБОТИЧЕСКОЙ БОЛЕЗНИ

И.М. Игнатьев, Ю.Я. Петрушенко

Кафедра хирургии и онкологии (зав. — проф. Д.М. Красильников)

Казанского государственного медицинского университета, кафедра сопротивления материалов (зав. — проф. В.Н. Паймушин) Казанского технического университета

Операция перекрестного бедренно-бедренного аутовенозного шунтирования является методом выбора при хирургическом лечении односторонних посттромботических окклюзий подвздошных вен [1, 2]. Наиболее важными факторами, обеспечивающими успех шунтирующей операции, помимо обоснованных показаний, считаются достаточный диаметр шунта и наличие определенного градиента давления у его концов [2, 3]. Несмотря на то что операция перекрестного шунтирования применяется в течение многих лет, частота тромбозов шунтов остается высокой. Гемодинамические аспекты вмешательства изучены недостаточно, и подход к ним в значительной степени носит эмпирический характер.

В настоящем исследовании мы предприняли попытку математического моделирования перекрестного шунтирования на основе законов гидродинамики с целью определения оптимальных условий функционирования образованного шунта.

Качественный расчет параметров кровотока по сосудам выполнялся в соответствии с методами, изложенными в работах К. Каро и соавт. [4], а также Б.Б. Некрасова [5]. Схема модели перекрестного шунта для расчета параметров кровотока показана на рис. 1.

После образования перекрестного шунта в горизонтальном положении большого влияние гидростатического давления на организацию потока крови по шунту полностью исключается. Если избыточное давление в сосуде 2 (бедренная вена больной конечности) по отношению к сосуду 1 (бедренная вена здоровой конечности) равно нулю, то есть  $P_2 - P_1 = 0$ , то организация потока крови по шунту осуществляется только благодаря эффекту "подсасывания" крови из шунта потоком крови в сосуде 1 и остаточной силе сердечного выброса. Эффективность такой организации кровотока проблематична. Улучшить поток крови из сосуда 2 в 1 возможно только путем накопления в первом избыточной потенциальной энергии. Этого можно добиться только посредством увеличения давления  $P_2$  по сравнению с  $P_1$ , то есть  $\Delta p = P_2 - P_1 > 0$ . Тогда после "подключения" шунта потенциальная энергия переходит в кинетическую энергию потока крови в шунте, и образовавшийся в результате падения давления  $\Delta p$  до "0" поток крови с определенной скоростью включается в кровотоки в сосуде 1.

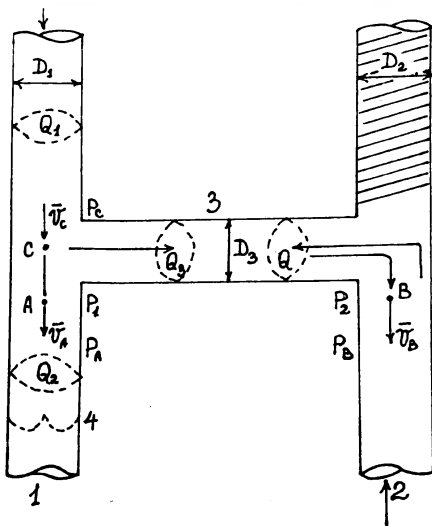
Таким образом, из рассмотренной физической картины организации потока крови в поперечном шунте целесообразным является наличие исходного (или создание) определенного избыточного давления в сосуде 2.

Площадь поперечного сечения шунта вычисляется по формуле:

$$F_3 = \frac{\pi D_3^2}{4}, \quad (1)$$

Рис. 1. Схема модели перекрестного шунта для расчета параметров кровотока.

где  $D_3$  — диаметр шунта 3. Предполо-



жим, что необходимо обеспечить постоянный расход крови по шунту. При этом два параметра — диаметр поперечного сечения шунта  $D_3$  и избыточное давление  $\Delta p$  в сосуде 2 являются зависимыми величинами. Расход крови (объем крови, протекающей через рассматриваемое сечение сосуда за единицу времени) определяется по формуле:

$$Q = F_3 \cdot V, \quad (2)$$

где  $V$  — скорость потока крови в шунте. Как следует из закона Бернулли, она прямо пропорциональна избыточному давлению, то есть  $V = A \cdot \Delta p$ , где  $A$  — некоторая константа. Преобразуем формулу (2) с учетом формулы (1):

$$Q = \frac{\pi D_3^2}{4} \cdot V = \frac{\pi D_3^2}{4} \cdot A \cdot \Delta p. \quad (3)$$

Из анализа (3) видно, что для организации постоянного расхода крови через шунт при уменьшении диаметра поперечного сечения шунта в 2 раза необходимо соответственно повысить избыточное давление  $p$  в сосуде 2 в 4 раза. Математически данная зависимость выражается формулой:

$$\Delta p = \frac{4Q}{\pi A} \cdot \frac{1}{D_3^2} \quad (4)$$

Таким образом, исходя из приведенной формулы (4) экспериментальным путем можно установить оптимальные соотношения между избыточным давлением (градиентом давления) и диаметром поперечного сечения шунта.

В вертикальном положении больного качественная картина организации потока крови в шунте не изменяется. Однако появляющееся дополнительное гидростатическое давление столба крови оказывает влияние на процессы ретроградного кровотока.

Ранее было указано, что одним из наиболее важных факторов, обеспечивающих проходимость перекрестного шунта, является достаточный диаметр аутовенозного трансплантата. По нашим наблюдениям, использование в качестве шунта эктазированной большой подкожной вены (часто лишенной клапанов) дает лучшие результаты. Подобный шунт способствует нормализации венозного оттока и редко тромбируется. Поперечное расположение шунта нивелирует интенсивность патологического ретроградного кровотока. Его степень, по данным ретроградной флебографии

и доплерографии, на высоте пробы Вальсальвы выражена незначительно. Для анализа этого положения обратимся к математической модели (рис. 1)

Сосуды 1 и 2 соединены сосудом 3 (шунтом) под прямым углом. Условно принято, что диаметры их одинаковы, то есть  $D_1 = D_2 = D_3$  и шунт не содержит клапанов. Через  $Q_1, Q_2, Q_3$  обозначаются расходы крови до и после разветвления в точке С, сосудах 1 и 3 соответственно. При соединении шунта с сосудом 1 под прямым углом расход крови  $Q_3$  в первом обусловлен избыточным статическим давлением  $\Delta p$ , являющимся следствием сжимаемости крови и эластичности стенки сосуда и вычисляется по формуле:

$$Q_3 = \Delta p \cdot \frac{g \pi D_3^2}{2},$$

где  $\rho$  — плотность крови,  $g$  — ускорение свободного падения. Расход крови  $Q_2$  в точке А равен:  $Q_2 = V_A \cdot \frac{\pi D_1^2}{4}$ , где  $V_A$  — скорость ретроградного кровотока в точке А. Отношение этих расходов крови выражается формулой:

$$\frac{Q_3}{Q_2} = \frac{2 \Delta p g}{\rho \cdot V_A}$$

Из данного равенства, в силу малого значения величины избыточного статического давления  $\Delta p$ , следует, что  $Q_3 < Q_2$ . Определяя  $Q_3$  через скорость потока крови в точке В, получим, что  $V_B < V_A$ , то есть  $V_B < V_C$ .

В случаях соединения шунта с сосудом 1 под углом, отличным от прямого ( $\alpha = 90^\circ$ ), скорость ретроградного потока крови по шунту вычисляются как проекция скорости кровотока в точке разветвления С, то есть  $V_B = V \cdot \sin \alpha$ . Скорость потока в точке А определяют по формуле:  $V_A = V(1 - \sin \alpha)$ . Таким образом, при любой геометрической ориентации шунта  $V_B < V_A$ .

Уравнение Бернулли для сечений сосудов в точках А, В и С имеет вид:

$$\frac{P_C}{\rho} + \alpha \frac{V_C^2}{2g} = \frac{P_A}{\rho} + \alpha \frac{V_A^2}{2g},$$

$$\frac{P_C}{\rho} + \alpha \frac{V_C^2}{2g} = \frac{P_B}{\rho} + \alpha \frac{V_B^2}{2g},$$

где  $P_A, P_B, P_C$  — величины статического давления в точках А, В и С, обусловленные ретроградным кровотоком,  $\alpha$  — коэффициент, учитывающий неравномерность скорости потока по сечению. Поскольку  $V_B < V_A$ , из сопоставления

правых частей уравнений следует, что  $P_A < P_B$ .

Перекрестный шунт практически всегда имеет определенную извитость, поэтому мы провели качественную оценку параметров ретроградного кровотока с учетом эластичности материала шунта. Исходя из уравнения Бернулли составляется следующее равенство:

$$\frac{P_B}{\rho} + \alpha \frac{V_{B\text{пр}}^2}{2g} + \Sigma h \text{ пр.} = \frac{P_{B\text{из.}}}{\rho} + \alpha \frac{V_{B\text{из.}}^2}{2g} + \Sigma h \text{ из.}, \quad (5)$$

где  $\Sigma h \text{ пр.}$ ,  $\Sigma h \text{ из.}$  — общие потери энергии потока крови в прямом и извитом шунтах;  $P_{B\text{пр.}}$ ,  $V_{B\text{пр.}}$  и  $P_{B\text{из.}}$ ,  $V_{B\text{из.}}$  — параметры давления и скорости в этих же шунтах. При ретроградном кровотоке по извитому шунту появляются центростремительные силы, которые стремятся вызвать его дополнительное изгибание. Поэтому общие потери энергии потока крови для извитого шунта будут больше, чем для прямого. В силу этого из равенства (5) следует, что  $P_{B\text{из.}} < P_{B\text{пр.}}$  и  $V_{B\text{из.}} < V_{B\text{пр.}}$ , то есть параметры ретроградного кровотока для извитого шунта более предпочтительны, чем для прямого.

Рассмотрим реальную модель с клапаном 4, расположенным в сосуде 1 дистальнее шунта. В этом случае  $V_A = 0$ . Из уравнения Бернулли следует, что

$$\frac{P_A}{\rho} = \frac{P_{C\text{из.}}}{\rho} + \frac{V_C^2}{2g},$$

то есть  $P_A > P_{C\text{из.}}$ . В данной модели уменьшение скорости кровотока в точке В обусловлено только динамическим деформированием шунта протекающим потоком крови и рассеиванием энергии. Таким образом, из уравнения Бернулли, записанного ранее для точек С и В, следует, что  $V_B < V_C$ , то есть получен тот же качественный результат.

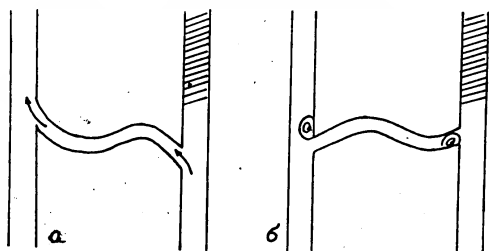


Рис. 2. Формы перекрестного шунта: а — оптимальная S-образная, б — неправильная ориентация шунта (объяснения в тексте).

С точки зрения гидродинамики, целесообразно придание перекрестному шунту S-образной формы, так как при этом по нему осуществляется ламинарный центростремительный кровоток, отсутствуют турбулентности и зоны относительного застоя крови, наблюдающиеся в местах соединения шунта с бедренными венами под прямым или тупым углом по отношению к направлению кровотока (рис. 2 а, б).

## ВЫВОДЫ

1. Для успешного функционирования перекрестного аутовенозного шунта при лечении односторонних окклюзий подвздошных вен необходимы два основных условия: достаточный диаметр трансплантата, наличие оптимального градиента давления между бедренными венами большой и здоровой конечностей. Соотношения между ними обратно пропорциональны, то есть чем меньше диаметр шунта, тем больший градиент давления требуется для обеспечения его функции.

2. При использовании в качестве шунта эктазированной аутовены обеспечивается адекватный отток крови. Сохранение клапанной функции перекрестного шунта имеет относительное значение, поскольку ретроградный кровоток по нему даже при отсутствии клапанов гемодинамически малозначим.

3. Перекрестный шунт должен иметь S-образную конфигурацию, при которой осуществляется физиологический ламинарный кровоток.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Богданов А.Е., Константинова Г.Д., Каралкин А.В. и др. // Грудн. и серд.-сосуд. хир. — 1990. — № 12. — С. 23—26.
2. Веденский А.Н. Посттромботическая болезнь. — Л., 1986.
3. Игнатьев И.М. Хирургическая коррекция нарушений оттока крови по глубоким венам при посттромботической болезни: Автореф. дисс. ... канд. мед. наук. — Казань, 1988.
4. Каро К., Педли Т., Шротер Р., Сид У. Механика кровообращения: Пер. с англ. — М., 1981.
5. Некрасов Б.Б. Гидравлика и ее применение на летательных аппаратах. — М., 1967.

Поступила 13.03.97.

## MATHEMATICAL MODELLING OF THE CROSSOVER BYPASS OPERATION IN POSTTHROMBOTIC DISEASE

I. M. Ignatyev, Yu. Ya. Petrushenko

### Summary

The mathematical model of the crossover femoro-femoral autovenous bypass operation using in the treatment of unilateral occlusions of iliac veins is created. The optimum conditions of crossover bypass functions on the basis of hydrodynamic laws are determined. The most important factors providing the success of the bypass operation are the sufficient diameter of a bypass and the gradient of pressure at its ends. The dependence between them is inversely proportional and its correlation can be fixed by experiments. The conservation of valve function of the crossover bypass has a relative meaning because a reverse blood flow is not hemodynamically meaningful even in the absence of valves.